

mgr inż. Beata Deregowska
dr inż. Anna Szymczak-Graczyk^{1*)}

Ocena przydatności płyt warstwowych z rdzeniem z pianki poliuretanowej, traktowanych jako podłoże sprężyste pod posadzki

Evaluate the usefulness of sandwich panels with a core of polyurethane foam treated as elastic substrate under floors

DOI: 10.15199/33.2017.05.52

Streszczenie. W artykule przedstawiono wyniki obliczeń statycznych płyty posadzkowej, uzyskane metodą różnic skończonych w ujęciu wariacyjnym. Przyjęto schemat statyczny płyty, spoczywającej na sprężystym podłożu typu Winklera. W pierwszej kolejności wykonano obliczenia płyty, bez uwzględnienia jej współpracy z podłożem. Na podstawie normowych badań laboratoryjnych wytrzymałości na ściskanie wyznaczono moduł sztywności płyt warstwowych z rdzeniem z pianki poliuretanowej. Materiały te potraktowano jako podłoże sprężyste pod posadzki i ponownie wykonano obliczenia płyty metodą różnic skończonych, uwzględniając jej współpracę z przyjętym modelem podłoża winklerowskiego.

Słowa kluczowe: podłoże sprężyste typu Winklera, moduł podatności podłoża, płyty warstwowe z rdzeniem z pianki poliuretanowej.

Abstract. The article presents the results of the static calculations of a slab, made with the finite difference method in the variation approach. Scheme of plate resting on Winkler's elastic substrate were adopted. At first, calculations were made without including the cooperation with the substrate. On the basis of code research laboratory compressive strength, modulus of sandwich panels with a core of polyurethane foam plates were determined. These materials are treated as an elastic substrate for floors. Static calculations were made one more time, taking into account its cooperation with the adopted Winkler's model. An evaluation of the impact of cooperation elastic substrate under the concrete slab.

Keywords: Winkler's elastic substrate, modulus of subgrade reaction, sandwich panels with a core of polyurethane foam.

W nowoczesnym budownictwie ważna jest wielozadaniowość wykorzystywanych elementów. O wielozadaniowości materiałów do izolacji termicznej, takich jak płyty warstwowe z rdzeniem z pianki poliuretanowej, można mówić w przypadku, gdy pod względem konstrukcyjnym płyty te mogą również stanowić zabezpieczenie pozostałych elementów przed zwichrzeniem i utratą stateczności lub nawet przenosić bezpośrednio obciążenia na fundament [3]. Można to uzyskać m.in. przez uwzględnienie w obliczeniach współpracy elementów konstrukcji z podłożem, na którym spoczywają.

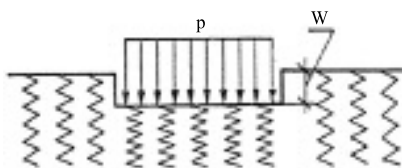
Konstrukcja, taka jak fundamentowa płyta żelbetowa, wywiera nacisk skierowany głównie pionowo w dół, na który składają się ciężar własny elementu, obciążenia stałe i obciążenia użytkowe. Jednocześnie podłoże wywiera odpór. W wyniku tego w strefie kontaktowej płyty i materiału znajdującego się pod nią powstają przemieszczenia, a tym samym siły, które na-

zywane są odporem (sprężystym) podłoża [5]. Najprostszym i jednocześnie najczęściej przyjmowanym w praktyce projektowej schematem statycznym gruntu jest model podłoża sprężystego typu Winklera (rysunek), w którym zakłada się, że ugięcie podłoża następuje tylko w tych miejscach, w których działa obciążenie, przy czym ugięcie to jest proporcjonalne do obciążenia.

$$p = K_z \cdot w \quad (1)$$

gdzie:

p – obciążenie [kN/m²]; w – ugięcie [m];
 K_z – moduł sztywności podłoża [kN/m³].



Model podłoża typu Winklera [2]
Winkler substrate model [2]

W przypadku traktowania wyrobów izolacyjnych jako podłoża sprężystego pod konstrukcje żelbetowe istotne jest prawidłowe przyjęcie cech materiałowych. Wyznaczenie współczynnika podłoża K_z płyt warstwowych wykonanych z materiałów izolacyjnych opisuje [4].

Badania

Założono, że pod żelbetową płytą fundamentową możliwe będzie położenie warstwowej płyty izolacyjnej z rdzeniem z pianki poliuretanowej umieszczonym pomiędzy okładzinami aluminiowymi. Do badań wykorzystano płyty izolacyjne o grubości 20, 30, 50, 80 i 120 mm. Zgodnie z normą [4] przeprowadzono badania wytrzymałości na ściskanie przy 10% odkształceniu, na podstawie których wyznaczono moduły sztywności poszczególnych rodzajów płyt izolacyjnych. Badania wykonano na kwadratowych próbkach o boku 200 mm. Na fotografii pokazano płyty izolacyjne przeznaczone do badań, a w tabeli 1 wyniki badania modułu sztywności warstwowych płyt izolacyjnych z rdzeniem z pianki poliuretanowej.

W celu uzyskania wymaganego współczynnika przenikania ciepła przez podłogi na gruncie, należy zastosować warstwę izolacji termicznej o odpowiedniej grubości. W związku z tym do dalszych obliczeń przyjęto, że grubość warstwy izolacyjnej powinna być nie mniejsza niż 80 mm.

¹⁾ Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu, Wydział Inżynierii Środowiska i Gospodarki Przemysłowej

^{*)} Adres do korespondencji:
anna.szymczak-graczyk@up.poznan.pl



Płyty warstwowe z rdzeniem z pianki poliuretanowej w okładzinach aluminiowych
 Photo 1. Sandwich panels with a polyurethane foam in aluminum lining

Tabela 1. Wyniki badań modułu sztywności płyt z rdzeniem poliuretanowym
 Table 1. The results of the surveys module stiffness of plate with polyurethane core

Grubość elementu [mm]	Średni moduł sztywności* [kN/m ³]
20	100833
30	41852
50	32667
80	14965
120	8841

* W przypadku każdej grubości płyt badanie modułu przeprowadzono na 18 próbkach

Obliczenia statyczne płyty

Do wykonania obliczeń statycznych fundamentowej płyty żelbetowej oraz określenia wpływu jej współpracy z podłożem winklerowskim wybrano wariacyjne ujęcie metody różnic skończonych. Na kwadratową płytę o wymiarach 5 x 5 m i krawędziach swobodnych, nałożono siatkę dyskretyzacyjną o wymiarach oczek $s = 1_x/20 = 1_y/20 = 0,25$ m. Przyjęto jednostkowe obciążenie płyty q , przyłożone wzdłuż jej krawędzi.

Wielkości ugięć i momentów zginających wyznaczono, korzystając z warunku na minimum energii odkształcenia sprężystego zgromadzonej w zginanej płycie [2]. Funkcjonał energii całkowitej nagromadzonej w zginanej płycie spoczywającej na podłożu sztywnym ilustruje wzór (2).

$$V = \frac{D}{2} \iint_A \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2v \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right] dA + \frac{1}{2} \iint_A K w^2 dA - \iint_A p w dA \quad (2)$$

gdzie:

$D = Eh^3/(12(1 - \nu^2))$ – sztywność płyty na zginanie;

E – moduł sprężystości; ν – współczynnik Poissona; h – grubość płyty; w – funkcja ugięcia płyty; q – obciążenie prostopadłe do płaszczyzny środkowej płyty; A – obszar płyty; K – moduł podatności podłoża.

Obliczenia szczegółowe wykonano, przyjmując dane:

- grubość płyty żelbetowej $h = 0,20$ m;
- moduł sprężystości $E = 32000$ MN/m², jak w przypadku betonu klasy C30/37;
- współczynnik Poissona $\nu = 0$;
- moduł podatności podłoża $K = 15, 10$ i 5 MN/m³;
- obciążenie krawędziowe działające wzdłuż obwodu płyty $q = 20$ kN/m.

Analiza wyników

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że średnie wartości modułu sztywności płyt warstwowych o różnej grubości znacznie się różnią (tabela 1). Aby zapewnić właściwą wartość współczynnika przenikania ciepła przez podłogi na gruncie, do dalszych obliczeń przyjęto płyty o grubości 80 i 120 mm. Odpowiadają im podane w tabeli 2 wartości modułów podatności

Tabela 2. Wyniki obliczeń odporu gruntu, ugięć i momentów zginających w przypadku różnych wartości modułu podatności podłoża

Table 2. The results of the calculations resist at all, deflections and bending moments in the case of different values of the module the vulnerability of ground

Nr węzła siatki	Moduł podatności podłoża $K = 15$ MN/m ³			Moduł podatności podłoża $K = 10$ MN/m ³			Moduł podatności podłoża $K = 5$ MN/m ³		
	odpór gruntu [kN/m ²]	ugięcie [mm]	moment zginający [kNm/m]	odpór gruntu [kN/m ²]	ugięcie [mm]	moment zginający [kNm/m]	odpór gruntu [kN/m ²]	ugięcie [mm]	moment zginający [kNm/m]
111	23,48	1,57	0	21,72	2,17	0	19,32	3,86	0
112	19,30	1,29	-4,26	18,48	1,85	-4,36	17,38	3,48	-4,52
113	15,28	1,02	-7,28	15,38	1,54	-7,62	15,52	3,10	-8,18
114	11,58	0,77	-9,30	12,50	1,25	-10,04	13,78	2,76	-11,08
115	8,30	0,55	-10,58	9,92	0,95	-11,72	12,20	2,44	-13,38
116	5,48	0,37	-11,30	7,68	0,77	-12,86	10,80	2,16	-15,14
117	3,16	0,21	-11,64	5,82	0,58	-13,60	9,64	1,93	-16,44
118	1,36	0,09	-11,78	4,36	0,44	-14,06	8,72	1,74	-17,40
119	0,01	0	-11,78	3,30	0,33	-14,30	8,06	1,61	-18,02
120	0	-0,05	-11,78	2,66	0,27	-14,44	7,64	1,53	-18,38
121	0	-0,07	-11,76	2,46	0,25	-14,48	7,52	1,50	-18,50

ści podłoża, ugięcia, odpór gruntu oraz wartości momentów zginających. W celu porównania i potwierdzenia poprawności otrzymanych wyników podamy obliczenia płyty swobodnie podpartej na obwodzie obciążonej równomiernym odporem gruntu. Całkowite obciążenie przy obciążeniu krawędziowym $q = 20$ kN/m wynosi $4 \times 5 \times 20 = 400$ kN, a odpór gruntu $p = 400/(5 \times 5) = 16$ kN/m². Korzystając z tablic [1], obliczono moment zginający w punkcie środkowym płyty $M_x = M_y = 14,72$ kNm/m (odpowiednik M_x^{121}) oraz ugięcie w tym punkcie $w = 1,90$ mm (odpowiednik w_{121}).

Wnioski

Uwzględnienie w obliczeniach statycznych płyty posadzkowej współpracy ze spoczywającym pod nią materiałem termoizolacyjnym wpływa na zmianę uzyskanych wielkości momentów zginających. Z analizy tabeli 2 wynika, że wraz ze wzrostem wartości modułu podatności podłoża zwiększa się wartość odporu gruntu i zmienia jego rozkład oraz zmniejsza się wartość momentów zginających. Zastosowanie pod posadzkę płyty z rdzeniem z pianki poliuretanowej grubości 80 mm wpłynie więc korzystnie na rozkład momentów zginających w płycie. Wraz ze spadkiem wielkości momentu zginającego może maleć powierzchnia zbrojenia płyty. Jest to wynikiem uwzględnienia przekazania części obciążeń na warstwę termoizolacyjną, traktowaną jako podłoże sprężyste.

Literatura

- [1] Bareš Richard. 1979. *Berechnungstabeln für Platten und Wandscheiben*. Wiesbaden und Berlin. Bauverlag GmbH.
 [2] Kączkowski Zbigniew. 2000. *Płyty. Obliczenia statyczne*. Warszawa. Arkady.

[3] Pozorski Zbigniew. 2014. „Nowe rozwiązania techniczne i zastosowania płyt warstwowych w budownictwie”. *Izolacje* (1).

[4] PN-EN 826 (1998): Wyroby do izolacji cieplnej w budownictwie. Określenie zachowania przy ścisnieniu.

[5] Świniański Jerzy. 2003. „Ocena podatności podłoża przy wymiarowaniu płyt fundamentowych”. *Inżynieria Morska i Geotechnika* (5): 314 – 319.

Podziękowania dla firmy Steinbacher Izoterm Sp. z o.o. za udostępnienie materiału badawczego.

Artykuł przygotowany na podstawie pracy magisterskiej nagrodzonej w konkursie zorganizowanym przez Polski Związek Inżynierów i Techników Budownictwa, koło nr 80 przy Uniwersytecie Przyrodniczym w Poznaniu oraz Polski Związek Producentów i Przetwórców Izolacji Poliuretanowych PUR i PIR „SIPUR”.

Przyjęto do druku: 22.02.2017 r.